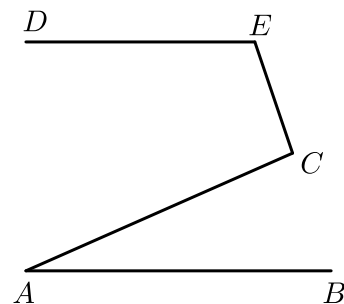


第2讲 期末复习（练习）

一、 相交线与平行线

1. 如图，小丽在美术课上用丝线绣成了一个“2”， $AB \parallel DE$ ， $\angle A = 30^\circ$ ， $\angle ACE = 110^\circ$ ，则 $\angle E$ 的度数为（ ）。



- A. 100° B. 150° C. 120° D. 30°

【答案】 A

【解析】 过点C作直线 $MN \parallel AB$ ，

$\therefore MN \parallel AB$ ，

$\therefore \angle A = \angle ACM = 30^\circ$ ，

$\therefore \angle ACE = 110^\circ$ ，

$\therefore$

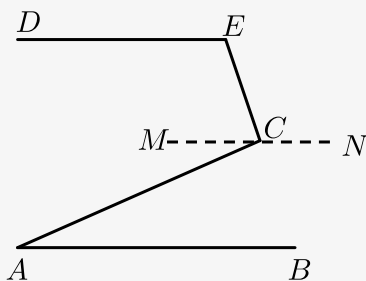
$\angle ECM = \angle ACE - \angle ACM = 110^\circ - 30^\circ = 80^\circ$ ，

$\therefore AB \parallel MN$ ， $AB \parallel DE$ ，

$\therefore MN \parallel DE$ 。

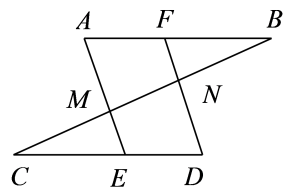
$\therefore \angle DEC + \angle MCE = 180^\circ$ ，

$\therefore \angle DEC = 180^\circ - 80^\circ = 100^\circ$ 。



【标注】【知识点】平行线判定与性质的综合

2. 如图， $\angle B = \angle C$ ， $\angle A = \angle D$ ，下列结论：① $AB \parallel CD$ ；② $AE \parallel DF$ ；③ $AE \perp BC$ ；④ $\angle AMC = \angle BND$ ，其中正确的结论有（ ）。



A. ①②④

B. ②③④

C. ③④

D. ①②③④

【答案】 A

【解析】 $\because \angle B = \angle C$,

$\therefore AB \parallel CD$, 故①正确.

$\because AB \parallel CD$,

$\therefore \angle A = \angle AEC$,

$\because \angle A = \angle D$,

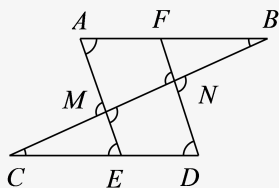
$\therefore \angle AEC = \angle D$,

$\therefore AE \parallel DF$, 故②正确,

$\because AE \parallel DF$,

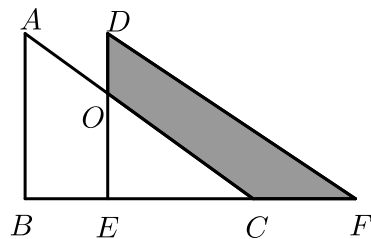
$\therefore \angle EMN = \angle FNC$,

$\therefore \angle AMC = \angle BND$, 故④正确.



【标注】【知识点】平行线判定

3. 如图，两个完全一样的直角三角形重叠在一起，将其中一个三角形沿着点B到点C的方向平移到三角形DEF的位置. $AB = 10$, $DO = 4$, 平移距离为6, 则阴影部分的面积为 ().



A. 96

B. 84

C. 48

D. 42

【答案】 C

【解析】根据图形平移的特征可知，平移后图形的形状和大小都不变，

$$\text{所以 } DE = AB = 10, S_{\triangle ABC} = S_{\triangle DEF},$$

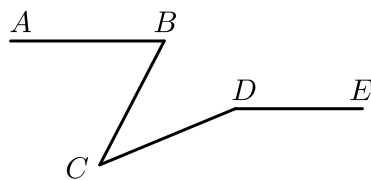
$$\text{所以 } S_{\text{阴影}} = S_{\text{四边形} OABE},$$

$$\text{因为 } DO = 4, \text{ 所以 } OE = DE - DO = 10 - 4 = 6,$$

$$\text{阴影部分的面积为 } S = S_{\text{四边形} OABE} = \frac{1}{2}(AB + OE) \times BE = \frac{1}{2} \times (10 + 6) \times 6 = 48$$

【标注】【知识点】平移作图

4. 如图，已知 $AB \parallel DE$ ， $\angle ABC = 70^\circ$ ， $\angle CDE = 150^\circ$ ，则 $\angle BCD$ 的度数为 _____。



【答案】 40°

【解析】过 C 作 $CF \parallel AB$ ，

$$\because AB \parallel DE,$$

$$\therefore AB \parallel DE \parallel CF,$$

$$\therefore AB \parallel CF,$$

$$\therefore \angle B = \angle BCF = 70^\circ,$$

$$\text{又 } \because DE \parallel CF,$$

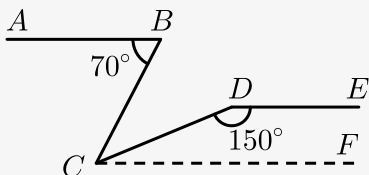
$$\therefore \angle DCF + \angle CDE = 180^\circ,$$

$$\angle DCF = 180^\circ - 150^\circ = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle BCD = \angle BCF - \angle DCF$$

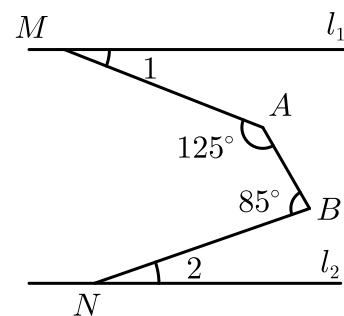
$$= 70^\circ - 30^\circ$$

$$= 40^\circ.$$



【标注】【知识点】平行线的性质

5. 如图，直线 $l_1 \parallel l_2$ ， $\angle A = 125^\circ$ ， $\angle B = 85^\circ$ ，则 $\angle 1 + \angle 2 = (\quad)$ 。



A. 30°

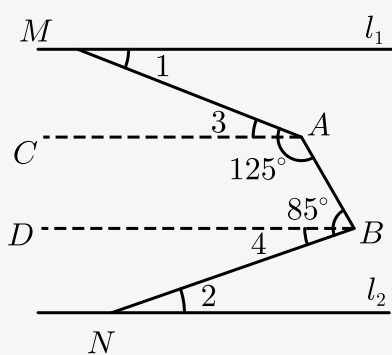
B. 35°

C. 36°

D. 40°

【答案】 A

【解析】 如图，过点A作 l_1 的平行线AC，过点B作 l_2 的平行线BD，



则 $\angle 3 = \angle 1$ ， $\angle 4 = \angle 2$ ，

$\because l_1 \parallel l_2$ ，

$\therefore AC \parallel BD$ ，

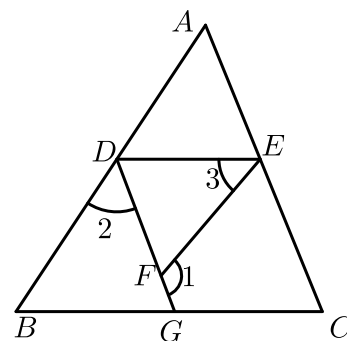
$\therefore \angle CAB + \angle ABD = 180^\circ$ ，

$\therefore \angle 3 + \angle 4 = 125^\circ + 85^\circ - 180^\circ = 30^\circ$ ，

$\therefore \angle 1 + \angle 2 = 30^\circ$ 。

【标注】【知识点】平行线构造-拐点模型

6. 如图， $\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$ ， $\angle 3 = \angle B$ 。



(1) 求证： $AB \parallel EF$ 。

(2) 试判断 DE 与 BC 的位置关系，并证明你的结论。

【答案】 (1) 证明见解析。

(2) $DE \parallel BC$ 。证明见解析。

【解析】 (1) $\because \angle 1 + \angle 2 = 180^\circ, \angle 1 + \angle EFD = 180^\circ$ (已知),

$\therefore \angle 2 = \angle EFD$ (同角的补角相等)。

$\therefore EF \parallel AB$ (内错角相等，两直线平行)。

(2) $\because EF \parallel AB$ (上题已证)。

$\therefore \angle 3 = \angle ADE$ (两直线平行，内错角相等)。

又 $\because \angle 3 = \angle B$ (已知),

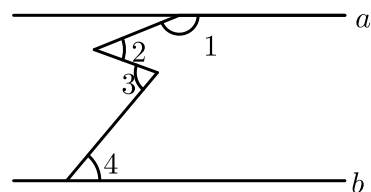
$\therefore \angle B = \angle ADE$ (等量代换)。

$\therefore DE \parallel BC$ (同位角相等，两直线平行)。

$\therefore \angle AED = \angle ACB, DE \parallel BC$ 。

【标注】【知识点】平行线判定

7. 如图, $a \parallel b$, $\angle 1 = 158^\circ$, $\angle 2 = 42^\circ$, $\angle 4 = 50^\circ$, 那么 $\angle 3 =$ ()。



A. 50°

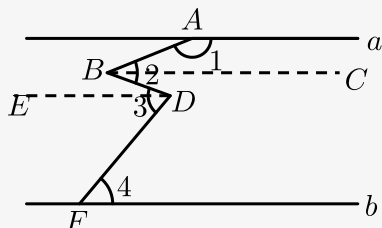
B. 60°

C. 70°

D. 80°

【答案】 C

【解析】 作 $BC \parallel a, DE \parallel b$,



$\because a \parallel b$,

$\therefore a \parallel b \parallel BC \parallel DE$,

$\because \angle 1 = 158^\circ, \angle 2 = 42^\circ, \angle 4 = 50^\circ$,

$\therefore \angle ABC = 180^\circ - 158^\circ = 22^\circ$,

$$\therefore \angle CBD = \angle BDE = 42^\circ - 22^\circ = 20^\circ, \angle EDF = \angle 4 = 50^\circ,$$

$$\therefore \angle 3 = \angle BDE + \angle EDF = 20^\circ + 50^\circ = 70^\circ.$$

故答案为：C.

【标注】【知识点】平行线构造-拐点模型

8. 如图1所示， $AB \parallel CD$ ， E 为直线 CD 下方的一点， BF 平分 $\angle ABE$.

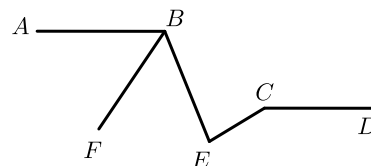


图 1

(1) 求证： $\angle ABE + \angle C - \angle E = 180^\circ$.

(2) 如图2，在(1)的条件下， EG 平分 $\angle BEC$ ，过点 B 作 $BH \parallel GE$ ，求 $\angle FBH$ 与 $\angle C$ 之间的数量关系.

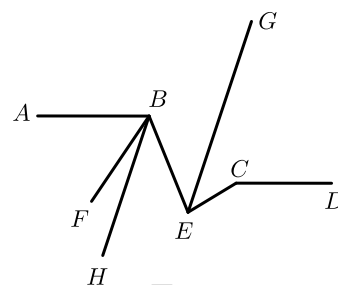


图 2

(3) 如图3， CN 平分 $\angle ECD$ ，若 BF 的反向延长线和 CN 的反向延长线交于点 M ，且 $\angle E + \angle M = 130^\circ$ ，求 $\angle E$ 的度数.

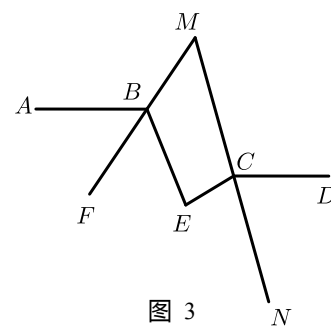


图 3

【答案】(1) 证明见解析.

(2) $2\angle FBH + \angle C = 180^\circ$.

(3) $\angle E = 80^\circ$.

【解析】(1) 过点 E 作 $EK \parallel AB$ ，如图1所示：

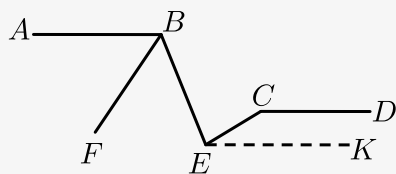


图1

$$\begin{aligned}
 &\therefore \angle ABE = \angle BEK, \\
 &\therefore AB \parallel CD, \\
 &\therefore EK \parallel CD, \\
 &\therefore \angle CEK + \angle C = 180^\circ, \\
 &\therefore \angle ABE + \angle C - \angle BEC \\
 &= \angle BEC + \angle CEK + \angle C - \angle BEC \\
 &= \angle CEK + \angle C \\
 &= 180^\circ.
 \end{aligned}$$

(2) $\because BF$ 、 EG 分别平分 $\angle ABE$ 、 $\angle BEC$,

$$\therefore \angle ABF = \angle EBF, \angle BEG = \angle CEG,$$

设 $\angle ABF = \angle EBF = \alpha$, $\angle BEG = \angle CEG = \beta$,

$$\therefore BH \parallel EG,$$

$$\therefore \angle HBE = \angle BEG = \beta,$$

$$\therefore \angle FBH = \angle FBE - \angle HBE = \alpha - \beta,$$

由(1)知, $\angle ABE + \angle C - \angle BEC = 180^\circ$,

即 $2\alpha + \angle C - 2\beta = 2(\alpha - \beta) + \angle C = 180^\circ$,

$$\therefore 2\angle FBH + \angle C = 180^\circ.$$

(3) $\because CN$ 、 BF 分别平分 $\angle ECD$ 、 $\angle ABE$,

$$\therefore \angle ABF = \angle EBF, \angle ECN = \angle DCN,$$

设 $\angle ABF = \angle EBF = x$, $\angle ECN = \angle DCN = y$.

由(1)知: $\angle ABE + \angle ECD - \angle E = 180^\circ$,

即 $\angle E = 2(x + y) - 180^\circ$,

过 M 作 $PQ \parallel AB \parallel CD$,

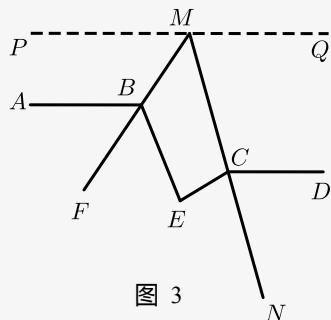
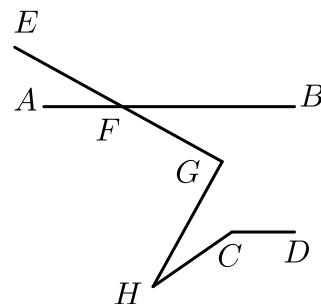


图 3

$$\begin{aligned}
&\text{则 } \angle PMF = \angle ABF = x, \angle QMN = \angle DCN = y, \\
&\therefore \angle FMN = 180^\circ - \angle PMF - \angle QMN = 180^\circ - (x + y), \\
&\therefore \angle E + \angle FMN = x + y = 130^\circ, \\
&\therefore \angle E = 2(x + y) - 180 = 2 \times 130^\circ - 180^\circ = 80^\circ.
\end{aligned}$$

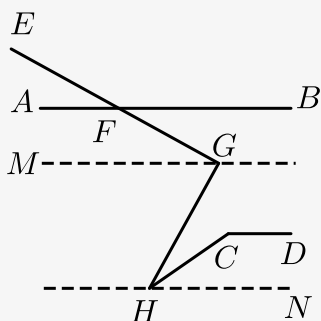
【标注】【知识点】平行线构造-拐点模型

9. 如图，直线 $AB \parallel CD$ ， $\angle EFA = 30^\circ$ ， $\angle FGH = 90^\circ$ ， $\angle C = 145^\circ$ ，求 $\angle CHG$ 的度数。



【答案】 $\angle CHG = 25^\circ$ 。

【解析】过点 G, H ，作 $GM \parallel AB$ ， $HN \parallel AB$ ， $AB \parallel CD$ ，



$$\begin{aligned}
&\therefore GM \parallel HN \parallel AB \parallel CD, \\
&\therefore \angle EFA = 30^\circ, \\
&\therefore \angle EGM = \angle EFA = 30^\circ, \\
&\therefore \angle FGH = 90^\circ, \\
&\therefore \angle MGH = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ, \\
&\therefore GM \parallel HN, \\
&\therefore \angle GHN = \angle MGH = 60^\circ, \\
&\therefore CD \parallel HN, \\
&\therefore \angle C + \angle CHN = 180^\circ, \\
&\therefore \angle C = 145^\circ, \\
&\therefore \angle CHN = 180^\circ - 145^\circ = 35^\circ,
\end{aligned}$$

$$\therefore \angle CHG = \angle GHN - \angle CHN = 60^\circ - 35^\circ = 25^\circ .$$

【标注】【知识点】多边形的内角和定理

10. 已知 $AB \parallel CD$ ，点 M 、 N 分别是 AB 、 CD 上两点，点 E 在 AB 、 CD 之间，连接 EM 、 EN 。

(1) 如图1，已知 $\angle EMB = 30^\circ$ ， $\angle END = 40^\circ$ ，求 $\angle MEN$ 的度数。

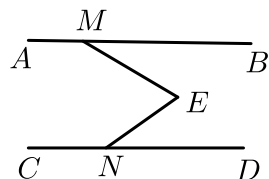


图1

(2) 如图2，若点 P 是 AB 上方一点， EN 平分 $\angle CNP$ ， AM 平分 $\angle EMP$ ，已知 $\angle CNE = 25^\circ$ ，求 $\angle MEN + \angle P$ 的度数。

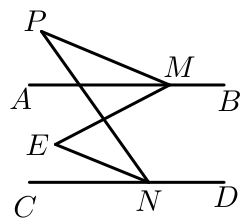


图2

(3) 如图3，若点 P 是 CD 下方一点，连接 PM 、 PN ，且 EN 的延长线 NF 平分 $\angle DNP$ ， PM 平分 $\angle EMB$ ， $2\angle P + \angle MEN = 105^\circ$ ，求 $\angle DNP$ 的度数。

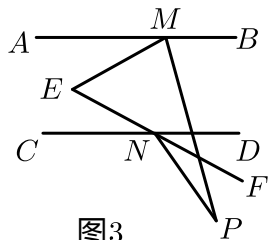


图3

【答案】(1) 70° 。

(2) 75° 。

(3) 50° 。

【解析】(1) 如图1中，作 $EQ \parallel AB$ ，

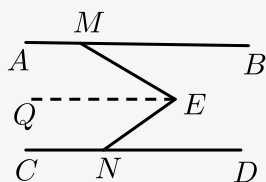


图1

$$\because AB \parallel CD, EQ \parallel AB,$$

$$\therefore EQ \parallel CD \parallel AB,$$

$$\therefore \angle EMB = \angle QEM, \angle END = \angle QEN,$$

$$\therefore \angle MEN = \angle QEM + \angle QEN = \angle EMB + \angle END = 30^\circ + 40^\circ = 70^\circ.$$

(2) 如图2中, 设 $\angle AMP = \angle AME = x$,

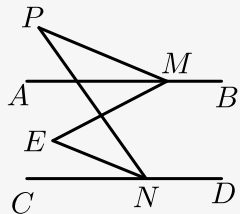


图2

$$\because \angle ENC = \angle ENP = 25^\circ,$$

$$\therefore \angle E = x + 25^\circ,$$

$$\therefore x = \angle E - 25^\circ,$$

$$\because \angle P + 2x = \angle E + 25^\circ,$$

$$\therefore \angle P + 2\angle E - 50^\circ = \angle E + 25^\circ,$$

$$\therefore \angle P + \angle E = 75^\circ.$$

(3) 如图3中, 设 $\angle PME = \angle PMB = x$, $\angle FND = \angle FNP = y$,

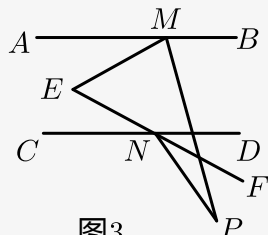


图3

$$\text{则有 } \begin{cases} x = 2y + \angle P \\ \angle E = 180^\circ - 2x + y, \\ 2\angle P + \angle E = 105^\circ \end{cases}$$

$$\therefore 2(x - 2y) + 180^\circ - 2x + y = 105^\circ,$$

$$\therefore y = 25^\circ,$$

$$\therefore \angle DNP = 2y = 50^\circ.$$

【标注】【知识点】平行线构造-拐点模型

二、实数

11. 若 $2m - 4$ 与 $3m - 1$ 是同一个数的平方根, 则这个数是 _____.

【答案】 4或100

【解析】 $\because 2m - 4$ 与 $3m - 1$ 是同一个数的平方根，

$\therefore 2m - 4$ 与 $3m - 1$ 相等或互为相反数，

即 $2m - 4 = 3m - 1$ ，

或 $2m - 4 + 3m - 1 = 0$ ，

$\therefore m = 1$ 或 -3 。

当 $m = 1$ 时， $2m - 4 = -2$ ， $3m - 1 = 2$ ，

$\therefore$ 该数为4。

当 $m = -3$ 时， $2m - 4 = 3m - 1 = -10$ ，

$\therefore$ 该数为100。

$\therefore$ 这个数是4或100。

【标注】【知识点】由平方根求参数的值

12. $\sqrt{16}$ 的平方根是 _____。

【答案】 ± 2

【解析】 $\because \sqrt{16} = 4$ ，

$\therefore \sqrt{16}$ 的平方根是 ± 2 。

故答案为 ± 2 。

【标注】【知识点】开平方

13. 一个正数 m 的平方根是 $n + 2$ 或 $n - 6$ ，则这个正数 $m =$ _____。

【答案】 16

【解析】 $\because$ 一个正数的平方根为 $n + 2$ 或 $n - 6$ ，

$\therefore n + 2$ 与 $n - 6$ 互为相反数，

即 $n + 2 + n - 6 = 0$

$2n = 4$

$n = 2$ ，

$\therefore n + 2 = 2 + 2 = 4$ ，

$m = (n + 2)^2 = 4^2 = 16$ 。

【标注】【知识点】由平方根求参数的值

14. 下列说法：① -2 是 4 的平方根；② 16 的平方根是 4 ；③ -125 的立方根是 15 ；④ 0.25 的算术平方根是 0.5 ；⑤ $\frac{27}{125}$ 的立方根是 $\pm\frac{3}{5}$ ；⑥ $\sqrt{81}$ 的平方根是 9 ，其中正确的说法是（ ）。
- A. 1个 B. 2个 C. 3个 D. 4个

【答案】B

【解析】① -2 是 4 的平方根，正确；② 16 的平方根是 ± 4 ，故错误；③ -125 的立方根是 -5 ，故错误；④ 0.25 的算术平方根是 0.5 ，正确；⑤ $\frac{27}{125}$ 的立方根是 $\frac{3}{5}$ ，故错误；⑥ $\sqrt{81} = 9$ ， 9 的平方根是 ± 3 ，故错误；
其中正确的说法是：①④，共2个，
故选：B。

【标注】【知识点】平方根和立方根综合

15. $\sqrt[3]{-8} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

【答案】 -2

【解析】 $\sqrt[3]{-8} = -2$ 。

故答案为： -2 。

【标注】【知识点】立方根

16. 估算 $\sqrt{26} - 2$ 的值（ ）。

A. 在1到2之间 B. 在2到3之间 C. 在3到4之间 D. 在4到5之间

【答案】C

【解析】 $\because 5 < \sqrt{26} < 6$ ，
 $\therefore 3 < \sqrt{26} - 2 < 4$ ，
故选：C。

【标注】【知识点】无理数的估算

17. 已知 $(x - y + 1)^2 + \sqrt{2x + y} = 0$ ，则 $x + y$ 的值为_____.

【答案】 $\frac{1}{3}$

【解析】 由题意可知 $\begin{cases} x - y + 1 = 0 \\ 2x + y = 0 \end{cases}$ ，
解得 $\begin{cases} x = -\frac{1}{3} \\ y = \frac{2}{3} \end{cases}$

故答案是 $\frac{1}{3}$.

【标注】 【知识点】 由算术平方根求参数的值

18. 计算： $(-3)^4 \div \left(1\frac{1}{2}\right)^2 - 6 \times \left(-\frac{1}{6}\right) + |-3^2 - 9|$.

【答案】 55 .

【解析】 原式 $= 81 \times \frac{4}{9} + 1 + 18 = 36 + 1 + 18 = 55$.

【标注】 【知识点】 有理数四则混合运算

19. 已知 $x + 12$ 的算术平方根是 $\sqrt{13}$ ， $2x + y - 6$ 的立方根是2 .

(1) 求 x, y 的值 .

(2) 求 $3xy$ 的平方根 .

【答案】 (1) $x = 1, y = 12$.

(2) ± 6 .

【解析】 (1) $\begin{cases} x + 12 = 13 \\ 2x + y - 6 = 8 \\ x = 1 \\ y = 12 \end{cases}$.

故答案为： $x = 1, y = 12$.

(2) $3xy = 36$ ，平方根是 ± 6 .

故答案为： ± 6 .

【标注】 【知识点】 代入消元法解二元一次方程组

20. 在平面直角坐标系中， $A(a, b)$ ， $B(2, 2)$ ，且 $|a - b + 8| + \sqrt{3a + 2b - 6} = 0$.

- (1) 求点 A 的坐标 .
- (2) 过点 A 作 $AC \perp x$ 轴于点 C , 连接 BC , AB , 求三角形 ABC 的面积 .
- (3) 在 (2) 的条件下 , 延长 AB 交 x 轴于点 D , AB 交 y 轴于点 E , 那么 OD 与 OE 是否相等 , 请说明理由 .

【答案】 (1) $A(-2, 6)$.

(2) 三角形 ABC 的面积为 12 .

(3) OD 与 OE 相等 .

【解析】 (1) $\because |a - b + 8| + \sqrt{3a + 2b - 6} = 0$,
 $\therefore \begin{cases} a - b + 8 = 0 \\ 3a + 2b - 6 = 0 \end{cases}$, 解得 $\begin{cases} a = -2 \\ b = 6 \end{cases}$,
 $\therefore A(-2, 6)$.

(2) 如图1, 过 B 作 $BF \perp x$ 轴于 F ,

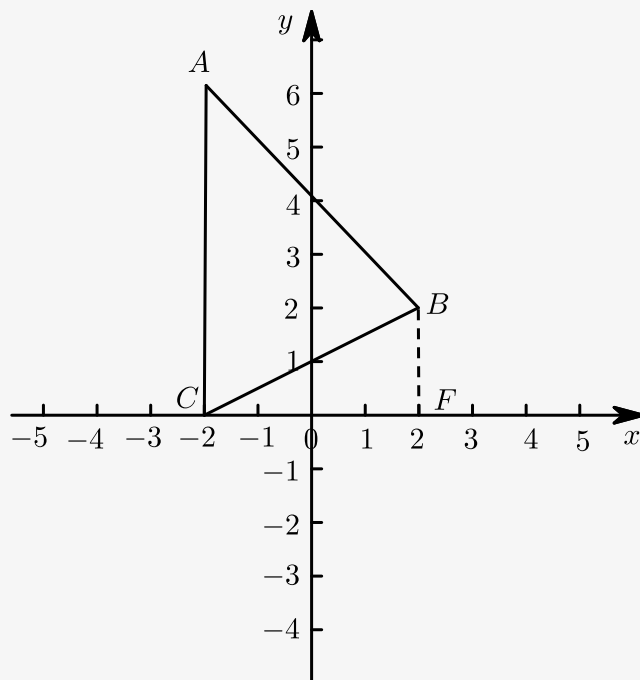


图 1

$$\begin{aligned}
 S_{\triangle ABC} &= S_{\text{梯形}ACFB} - S_{\triangle BCF} \\
 &= \frac{1}{2}(BF + AC) \times CF - \frac{1}{2} \cdot CF \cdot BF \\
 &= \frac{1}{2}(2 + 6) \times 4 - \frac{1}{2} \times 4 \times 2 \\
 &= 12 .
 \end{aligned}$$

(3) 如图2, OD 与 OE 相等 .

理由如下 :

设点 D 的坐标为 $(x, 0)$ ($x > 0$) , 点 E 的坐标为 $(0, y)$ ($y > 0$) ,

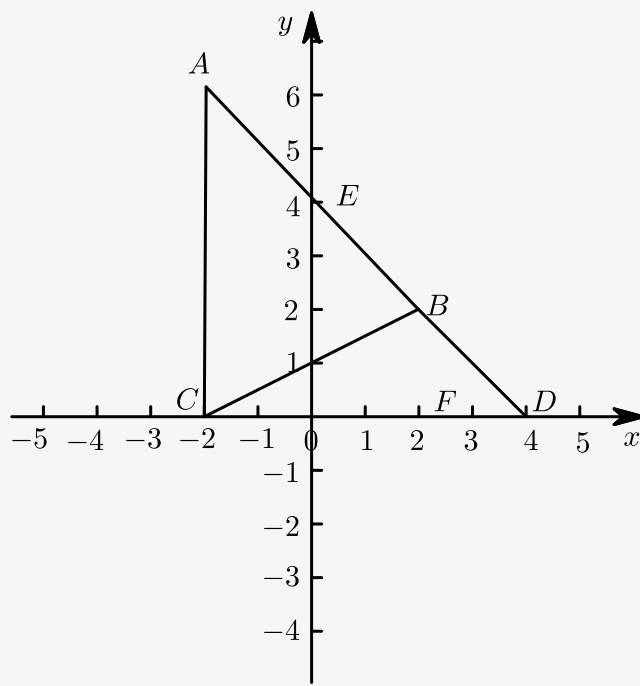


图 2

则 $CD = x + 2$, $OE = y$,

$$\because S_{\triangle ABC} = S_{\triangle ACD} - S_{\triangle BCD}$$

$$\therefore 12 = \frac{1}{2} \times (x + 2) \times 6 - \frac{1}{2} \times (x + 2) \times 2 = 2(x + 2),$$

解得 $x = 4$, 即 $OD = 4$.

$$\because S_{\triangle EOD} = S_{\triangle ACD} - S_{\text{梯形}ACOE}$$

$$\therefore \frac{1}{2} \times 4 \times y = \frac{1}{2} \times 6 \times 6 - \frac{1}{2} \times (y + 6) \times 2,$$

解得 $y = 4$,

即 $OE = 4$,

$$\therefore OD = OE.$$

【标注】【知识点】坐标与面积

三、平面直角坐标系

21. 在平面直角坐标系中, 点 $P(2m + 6, m - 5)$ 在第四象限, 则 m 的取值范围为 ().

A. $3 < m < 5$

B. $-5 < m < 3$

C. $-3 < m < 5$

D. $-5 < m < -3$

【答案】C

【解析】由题意得: $\begin{cases} 2m + 6 > 0 \text{ ①} \\ m - 5 < 0 \text{ ②} \end{cases}$,

解①得： $m > -3$ ，
解②得： $m < 5$ ，
不等式组的解集为： $-3 < m < 5$ ，
故选：C．

【标注】【知识点】解一元一次不等式组

22. 编队飞行（即平行飞行）的两架飞机A、B在直角坐标系中的坐标分别为A(-1, 2)、B(-2, 3)，当飞机A飞到指定位置的坐标是(2, -1)时，飞机B的坐标是_____．

【答案】 (1, 0)

【解析】 ∵飞机A(-1, 2)到达(2, -1)时，横坐标加3，纵坐标减3，
∴飞机B(-2, 3)的横坐标为 $-2 + 3 = 1$ ，
纵坐标为 $3 - 3 = 0$ ，
∴飞机B的坐标为(1, 0)．
故答案为：(1, 0)．

【标注】【知识点】用坐标表示地理位置

23. 已知点A(1, 0)，B(0, 2)，点P在x轴上，且△PAB的面积为5，则点P的坐标是（ ）．
A. (-4, 0) B. (6, 0) C. (-4, 0)或(6, 0) D. (0, 12)或(0, -8)

【答案】 C

【解析】 ∵A(1, 0)，B(0, 2)，点P在x轴上，
∴AP边上的高为2，
又△PAB的面积为5，
∴ $AP = 5$ ，
而点P可能在点A(1, 0)的左边或者右边，
∴P(-4, 0)或(6, 0)．
故选C．

【标注】【知识点】坐标与面积

24. 在平面直角坐标系中，点P(-5, 0)在（ ）．

A. 第二象限

B. x 轴上

C. 第四象限

D. y 轴上

【答案】 B

【解析】 在平面直角坐标系中，点 $P(-5, 0)$ 在 x 轴上，
故选B.

【标注】【知识点】象限内坐标的特征

25. 在平面直角坐标系中，点 $A(1 - m, 3m - 5)$ 在第二象限，则 m 的取值范围是 _____ .

【答案】 $m > \frac{5}{3}$

【解析】 由点 $A(1 - m, 3m - 5)$ 在第二象限，
 $\therefore \begin{cases} 1 - m < 0 \\ 3m - 5 > 0 \end{cases}$
解得 $m > \frac{5}{3}$.

【标注】【知识点】象限内坐标的特征

26. 已知点 $P(2 - x, 3x + 6)$ ，且点 P 到两坐标轴的距离相等，则点 P 的坐标为 _____ .

【答案】 $(3, 3)$ 或 $(6, -6)$

【解析】 $\because$ 点 P 的坐标为 $(2 - x, 3x + 6)$ ，且点 P 到两坐标轴的距离相等，
 $\therefore 2 - x = 3x + 6$ 或 $(2 - x) + (3x + 6) = 0$ ；
解得： $x = -1$ 或 $x = -4$ ，
 $\therefore P$ 点坐标为 $(3, 3)$ 或 $(6, -6)$.

【标注】【知识点】坐标与距离

【能力】分析和解决问题能力

27. 在平面直角坐标系中，点 $A(0, -2)$ 在() .

A. x 轴的负半轴上

B. y 轴的负半轴上

C. x 轴的正半轴上

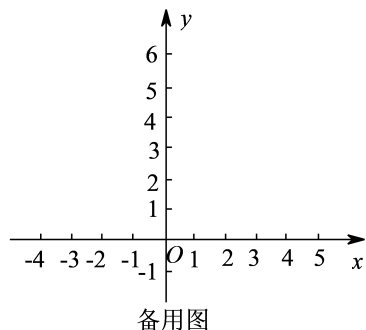
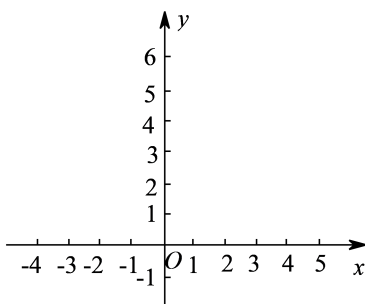
D. y 轴的正半轴上

【答案】 B

【解析】 在平面直角坐标系中，点 $A(0, -2)$ 在 y 轴的负半轴上.

【标注】【知识点】坐标轴上点的坐标特征

28. 已知点 $A(a, 0)$ 、 $B(b, 0)$ ，且 $\sqrt{a+4} + |b-2| = 0$ 。



- (1) 求 a, b 的值。
- (2) 在 y 轴的正半轴上找一点 C ，使得三角形 $\triangle ABC$ 的面积是15，求出点 C 的坐标。
- (3) 过(2)中的点 C 作直线 $MN \parallel x$ 轴，在直线 MN 上是否存在点 D ，使得 $\triangle ACD$ 的面积是 $\triangle ABC$ 的 $\frac{1}{2}$ ？若存在，求出点 D 的坐标，若不存在，请说明理由。

【答案】(1) $a = -4, b = 2$ 。

(2) $C(0, 5)$ 。

(3) $D(3, 5)$ 或 $(-3, 5)$ 。

【解析】(1) $\because \sqrt{a+4} + |b-2| = 0$,

$$\therefore a = -4, b = 2.$$

(2) 如图1,

$$\because A(-4, 0)$$

$$, B(2, 0),$$

$$\therefore AB = 6.$$

$\because$ 三角形

ABC 面积是

15,

$\therefore$

$$\frac{1}{2} AB \cdot OC = 15,$$

$$\therefore OC = 5, \therefore C(0, 5).$$

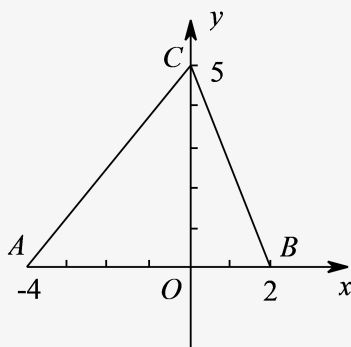


图1

(3) 存在，如图2，

$\because$ 三角形 ABC 面积是15，

$$\therefore S_{\triangle ACD} = \frac{1}{2} CD \cdot OC = 15,$$

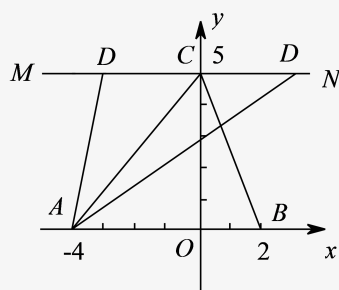


图2

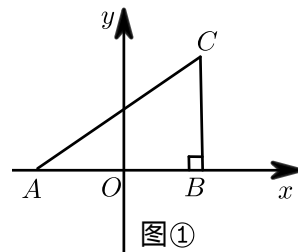
$$\frac{1}{2}CD \times 5 = \frac{1}{2} \times 15,$$

$$\therefore CD = 3,$$

$$\therefore D(3, 5) \text{ 或 } (-3, 5).$$

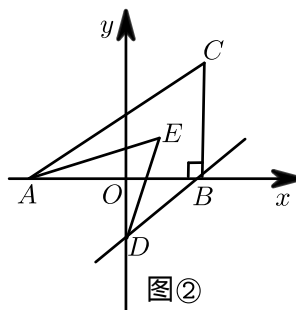
【标注】【知识点】坐标与面积

29. 如图①，在平面直角坐标系中， $A(a, 0)$ ， $C(b, 2)$ ，且满足 $(a+2)^2 + \sqrt{b-2} = 0$ ，过点C作 $CB \perp x$ 轴于点B.

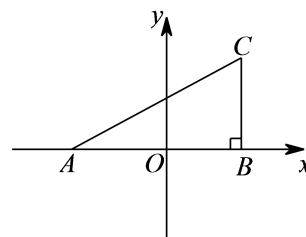


图①

- (1) $a = \underline{\hspace{1cm}}$ ， $b = \underline{\hspace{1cm}}$ ， $S_{\triangle ABC} = \underline{\hspace{1cm}}$.
- (2) 在y轴上是否存在点P，使得三角形ABC和三角形ACP的面积相等？若存在，求出点P的坐标；若不存在，请说明理由.
- (3) 如图②，若过点B作 $BD \parallel AC$ 交y轴于点D，且AE、DE分别平分 $\angle CAB$ 、 $\angle ODB$ ，求 $\angle AED$ 的度数.



图②



备用图

【答案】(1) $-2; 2; 4$

(2) 存在， $P(0, 3)$ 或 $(0, -1)$.

(3) $\angle AED = 45^\circ$.

【解析】(1) $\because (a+2)^2 + \sqrt{b-2} = 0$,

$$\therefore a+2=0, b-2=0,$$

$$a=-2, b=2,$$

$$\therefore A(-2,0), C(2,2),$$

$\because CB \perp x$ 轴 ,

$$\therefore AB=4, BC=2,$$

$$\therefore S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot BC = \frac{1}{2} \times 4 \times 2 = 4,$$

故答案为 : $-2, 2, 4$.

(2) 设 AC 的解析式为 : $y = kx + b$,

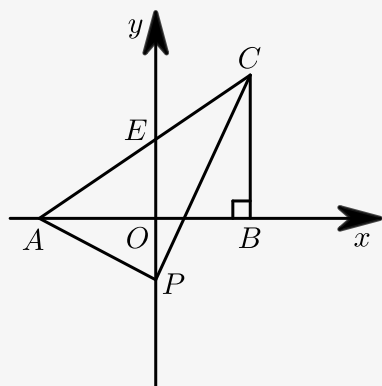


图 ①

把 $A(-2,0), C(2,2)$ 代入得 : $\begin{cases} -2k+b=0 \\ 2k+b=2 \end{cases}$,

$$\text{解得 : } \begin{cases} k=\frac{1}{2} \\ b=1 \end{cases}$$

$$\therefore AC \text{ 的解析式为 : } y = \frac{1}{2}x + 1,$$

设 AC 交 y 轴于 E ,

则 $E(0,1)$,

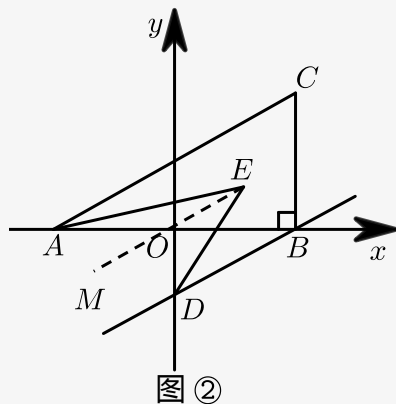
$\because$ 三角形 ABC 和 三角形 ACP 的面积相等 ,

$$\therefore 4 = \frac{1}{2} EP \times (2+2) ,$$

$$\therefore EP = 2 ,$$

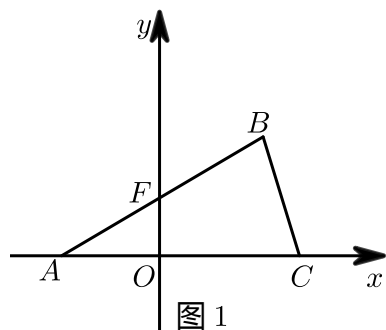
$$\therefore P(0,3) \text{ 或 } (0,-1) .$$

(3) 作 $EM \parallel AC$, 如图② ,


$$\begin{aligned} &\because AC \parallel BD, \\ &\therefore AC \parallel EM \parallel BD, \\ &\therefore \angle CAE = \angle AEM, \angle BDE = \angle DEM, \\ &\therefore \angle AED = \angle CAE + \angle BDE, \\ &\because AE, DE \text{ 分别平分 } \angle CAB, \angle ODB, \\ &\therefore \angle CAE = \frac{1}{2} \angle CAB, \angle BDE = \frac{1}{2} \angle ODB, \\ &\therefore \angle AED = \frac{1}{2} (\angle CAB + \angle ODB), \\ &\because AC \parallel BD, \\ &\therefore \angle CAB = \angle OBD, \\ &\therefore \angle CAB + \angle ODB = \angle OBD + \angle ODB = 90^\circ, \\ &\therefore \angle AED = \frac{1}{2} \times 90^\circ = 45^\circ. \end{aligned}$$

【标注】 【知识点】 坐标与面积

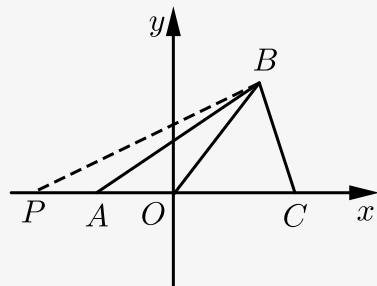
30. 在平面直角坐标系中, 已知点 $A(a, 0)$, $B(b, 3)$, $C(4, 0)$, 且满足 $\sqrt{a+b} + (a-b+6)^2 = 0$, 线段 AB 交 y 轴于点 F , 点 D 是 y 轴正半轴上的一点.



- (1) 求出点 A , B 的坐标.
- (2) 如图2, 若 $DB \parallel AC$, $\angle BAC = \alpha$, 且 AM , DM 分别平分 $\angle CAB$, $\angle ODB$, 求 $\angle AMD$ 的度数. (用含 α 的代数式表示)

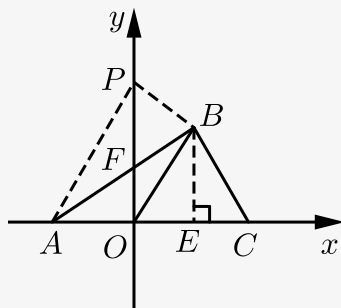
$$\begin{aligned}
&\therefore \angle AMN = \angle MAC, \\
&\because DB \parallel AC, \angle DOC = 90^\circ, \\
&\therefore \angle BDO = 90^\circ, \\
&\text{又} \because AM, DM \text{ 分别平分 } \angle CAB, \angle ODB, \angle BAC = \alpha, \\
&\therefore \angle MAC = \frac{1}{2}\alpha, \angle BDM = 45^\circ, \\
&\therefore \angle AMN = \frac{1}{2}\alpha, \angle DMN = 45^\circ, \\
&\therefore \angle AMD = \angle AMN + \angle DMN = 45^\circ + \frac{1}{2}\alpha.
\end{aligned}$$

(3) ①当 P 在 x 轴时:



$$\begin{aligned}
&\text{设 } P(x, 0), \\
&\therefore AP = |x - (-3)| = |x + 3|, \\
&S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \times [4 + (-3)] \times 3 = \frac{21}{2}, \\
&S_{\triangle ABP} = \frac{1}{2} \times |x + 3| \times 3 = \frac{3}{2}|x + 3|. \\
&\because S_{\triangle ABC} = S_{\triangle ABP}, \\
&\therefore \frac{3}{2}|x + 3| = \frac{21}{2}. \\
&\therefore |x + 3| = 7. \\
&\therefore x + 3 = \pm 7. \\
&\therefore x = 4 \text{ 或 } -10. \\
&\therefore P(4, 0) \text{ 或 } (-10, 0).
\end{aligned}$$

②当 P 在 y 轴时:



$$\begin{aligned}
&\text{设 } P(0, y), \\
&\text{作 } BE \perp x \text{ 轴于 } E, \text{ 设 } F(0, c), \\
&S_{\triangle AOF} = \frac{1}{2} \times 3 \times c = \frac{3}{2}c,
\end{aligned}$$

$$S_{\text{四边形}OFBE} = \frac{1}{2}(c+3) \times 3 = \frac{3}{2}c + \frac{9}{2},$$

$$S_{\triangle ABE} = \frac{1}{2} \times (3+3) \times 3 = 9.$$

$$\because S_{\triangle ABE} = S_{\triangle AOF} + S_{\text{四边形}OFBE},$$

$$\therefore \frac{3}{2}c + \frac{9}{2} + \frac{3}{2}c = 9.$$

$$\therefore c = \frac{3}{2}.$$

$$\therefore F\left(0, \frac{3}{2}\right).$$

$$\therefore PF = \left|y - \frac{3}{2}\right|.$$

$$\therefore S_{\triangle ABP} = \frac{1}{2} \times PF \times OA + \frac{1}{2} \times PF \times OE$$

$$= \frac{1}{2} \times \left|y - \frac{3}{2}\right| \times 3 + \frac{1}{2} \times \left|y - \frac{3}{2}\right| \times 3$$

$$= 3\left|y - \frac{3}{2}\right|.$$

$$\because S_{\triangle ABP} = S_{\triangle ABC},$$

$$\therefore 3\left|y - \frac{3}{2}\right| = \frac{21}{2}.$$

$$\therefore \left|y - \frac{3}{2}\right| = \frac{7}{2}.$$

$$\therefore y = 5 \text{ 或 } -2.$$

$$\therefore P(0, 5) \text{ 或 } (0, -2).$$

综上所述, P 坐标为 $(4, 0)$ 或 $(-10, 0)$ 或 $(0, 5)$ 或 $(0, -2)$.

【标注】【知识点】坐标与面积

31. 如图1, 在平面直角坐标系中, $A(a, 0)$, $C(b, 2)$, 且满足 $(a+2)^2 + \sqrt{b-2} = 0$, 过 C 作 $CB \perp x$ 轴于 B .

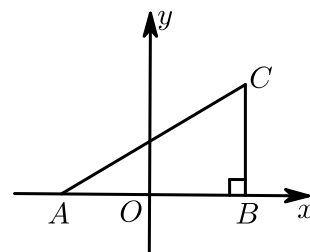


图 1

- (1) 求 $\triangle ABC$ 的面积.
- (2) 若过 B 作 $BD \parallel AC$ 交 y 轴于 D , 且 AE 、 DE 分别平分 $\angle CAB$ 、 $\angle ODB$, 如图2, 求 $\angle AED$ 的度数.

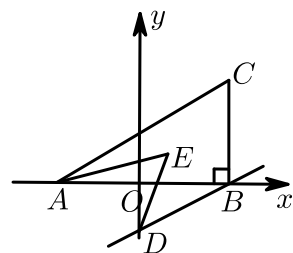
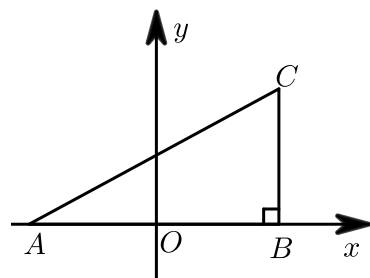


图 2

- (3) 在 y 轴上是否存在点 P ，使得 $\triangle ABC$ 和 $\triangle ACP$ 的面积相等？若存在，求出 P 点坐标；若不存在，请说明理由。



备用图

【答案】 (1) 4.

(2) $\angle AED = 45^\circ$.

(3) $\triangle ABC$ 和 $\triangle ACP$ 的面积相等时， P 点坐标为 $(0, 3)$ 或 $(0, -1)$.

【解析】 (1) 由题意得， $a + 2 = 0$ ， $b - 2 = 0$ ，

解得， $a = -2$ ， $b = 2$ ，

则 $A(-2, 0)$ ， $C(2, 2)$ ，

$\therefore AB = 2 + 2 = 4$ ， $BC = 2$ ，

则 $\triangle ABC$ 的面积 $= \frac{1}{2} \times AB \times BC = 4$.

(2) 如图 2，作 $EH \parallel AC$ ，

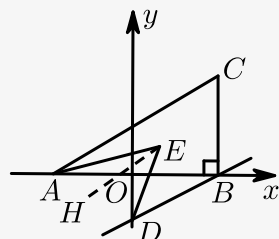


图 2

$\therefore BD \parallel AC$ ，

$\therefore BD \parallel EH$ ，

$\therefore BD \parallel AC$ ，

$\therefore \angle ABD = \angle CAB$ ，

- (3) 点 P 是直线 BD 上的一个动点, 连接 PA , PO , 当点 P 在 BD 上移动时(不与 B , D 重合), 直接写出 $\angle BAP$, $\angle DOP$, $\angle APO$ 之间满足的数量关系.

【答案】 (1) $C(-2, 0)$, $D(4, 0)$; 18.

(2) $M(0, 2)$ 或 $(0, -2)$.

(3) ① $\angle BAP + \angle DOP = \angle APE + \angle OPE = \angle APO$.

② $\angle DOP = \angle BAP + \angle APO$.

③ $\angle BAP = \angle DOP + \angle APO$.

【解析】 (1) $\because (a-3)^2 + |b-6| = 0$,

$$\therefore a-3=0, b-6=0,$$

解得 $a=3$, $b=6$,

$$\therefore A(0, 3), B(6, 3),$$

$\therefore$ 将点 A , B 分别向下平移3个单位, 再向左平移2个单位, 分别得到点 A , B 的对应点 C , D .

$$\therefore C(-2, 0), D(4, 0),$$

$$\therefore S_{\text{四边形}ABDC} = AB \times OA = 6 \times 3 = 18.$$

(2) 在 y 轴上存在一点 M , 使 $S_{\triangle MCD} = S_{\text{四边形}ABCD}$,

设 M 的坐标为 $(0, m)$,

$$\therefore S_{\triangle MCD} = \frac{1}{3} S_{\text{四边形}ABCD},$$

$$\therefore \frac{1}{2} \times 6|m| = \frac{1}{3} \times 18,$$

解得 $m = \pm 2$,

$$\therefore M(0, 2)\text{或}(0, -2).$$

(3) ①当点 P 在线段 BD 上移动时, $\angle APO = \angle DOP + \angle BAP$,

理由如下:

如图1, 过点 P 作 $PE \parallel AB$,

$\because CD$ 由 AB 平移得到, 则 $CD \parallel AB$,

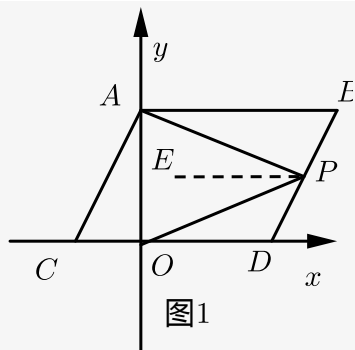
$\therefore PE \parallel CD$,

$$\therefore \angle BAP = \angle APE, \angle DOP = \angle OPE,$$

$$\therefore \angle BAP + \angle DOP = \angle APE + \angle OPE = \angle APO,$$

②当点 P 在 DB 的延长线上时, 同①的方法得, $\angle DOP = \angle BAP + \angle APO$,

③当点 P 在 BD 的延长线上时, 同①的方法得, $\angle BAP = \angle DOP + \angle APO$.



【标注】【知识点】坐标系中的动点问题（非函数）

四、二元一次方程（组）

33. 下列方程组中，属于二元一次方程组的是（ ）.

A. $\begin{cases} x + y = 5 \\ y = 2 \end{cases}$

B. $\begin{cases} x + y = 2 \\ y - z = 8 \end{cases}$

C. $\begin{cases} xy = 4 \\ y = 1 \end{cases}$

D. $\begin{cases} x^2 - 1 = 0 \\ x + y = 3 \end{cases}$

【答案】A

【解析】下列方程组中，属于二元一次方程组的是 $\begin{cases} x + y = 5 \\ y = 2 \end{cases}$ ，
故选A.

【标注】【知识点】二元一次方程的定义

34. 解方程组： $\begin{cases} 3(x - 1) = y + 5 \\ 5(y - 1) = 3(x + 5) \end{cases}$.

【答案】 $\begin{cases} x = 5 \\ y = 7 \end{cases}$.

【解析】原方程组可化为 $\begin{cases} 3x - y = 8 \text{ ①} \\ 3x - 5y = -20 \text{ ②} \end{cases}$ ，

①-②得， $4y = 28$ ，

即 $y = 7$ ，

把 $y = 7$ 代入 $3(x - 1) = y + 5$ 得：

$3x - 7 = 8$ ，即 $x = 5$ 。

∴ 方程组的解为 $\begin{cases} x = 5 \\ y = 7 \end{cases}$ 。

【标注】【知识点】加减消元法解二元一次方程组

35. 已知关于 x, y 的方程组 $\begin{cases} 2x - y = m \\ x + 2y = m + 1 \end{cases}$ 的解满足 $x \geq y$, 则 m 的取值范围是 ().
- A. $m \leq \frac{1}{2}$ B. $m \geq \frac{1}{2}$ C. $m \geq \frac{6}{7}$ D. $m \leq \frac{6}{7}$

【答案】 B

【解析】 方程组 $\begin{cases} 2x - y = m \\ x + 2y = m + 1 \end{cases}$ 的解为: $\begin{cases} x = \frac{3m+1}{5} \\ y = \frac{m+2}{5} \end{cases}$,
 $\therefore$ 关于 x, y 的方程组 $\begin{cases} 2x - y = m \\ x + 2y = m + 1 \end{cases}$ 的解满足 $x \geq y$,
 $\therefore \frac{3m+1}{5} \geq \frac{m+2}{5}$,
 解得: $m \geq \frac{1}{2}$.

【标注】 【知识点】 二元一次方程的解

36. 已知实数 x, y 满足 $2x - 3y = 4$, 并且 $x \geq -1, y < 2$, 现有 $k = x - y$, 则 k 的取值范围是 _____.

【答案】 $1 \leq k < 3$

【解析】 $\begin{cases} 2x - 3y = 4 \\ k = x - y \end{cases}$,
 解得 $\begin{cases} x = 3k - 4 \\ y = 2k - 4 \end{cases}$,
 $\therefore x \geq -1, y < 2$,
 $\therefore \begin{cases} 3k - 4 \geq -1 \\ 2k - 4 < 2 \end{cases}$,
 解得: $1 \leq k < 3$.

【标注】 【知识点】 由二元一次方程的解求参数的值

37. 已知关于 x, y 的方程组满足 $\begin{cases} 2x + 3y = 3m + 7 \\ x - y = 4m + 1 \end{cases}$ 且它的解都是正数.

(1) 求 m 的取值范围.

(2) 化简: $|m - 1| + \left| m + \frac{2}{3} \right|$.

【答案】 (1) $-\frac{2}{3} < m < 1$.
 (2) $\frac{5}{3}$

【解析】 (1)

$$\begin{cases} 2x + 3y = 3m + 7 & ① \\ x - y = 4m + 1 & ② \end{cases},$$

由①-②×2得 $y = 1 - m$ ③,

把③代入②得 $x = 3m + 2$,

∴原方程组的解为 $\begin{cases} x = 3m + 2 \\ y = 1 - m \end{cases}$,

∴原方程组的解 $\begin{cases} x = 3m + 2 \\ y = 1 - m \end{cases}$ 都是正数,

$$\therefore \begin{cases} 3m + 2 > 0 \\ 1 - m > 0 \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} m > -\frac{2}{3} \\ m < 1 \end{cases},$$

∴ m 的取值范围是 $-\frac{2}{3} < m < 1$.

$$(2) \because -\frac{2}{3} < m < 1,$$

$$\therefore m - 1 < 0, m + \frac{2}{3} > 0,$$

$$\therefore |m - 1| + \left| m + \frac{2}{3} \right| = 1 - m + m + \frac{2}{3} = \frac{5}{3}.$$

【标注】【知识点】解一元一次不等式组

38. 某兴趣小组进行活动, 每个男生都头戴蓝色帽子, 每个女生都头戴红色帽子. 帽子戴好后, 每个男生都看见戴红色帽子的人数比戴蓝色帽子的人数的2倍少1人, 而每个女生都看见戴蓝色帽子的人数是戴红色帽子的人数的 $\frac{3}{5}$. 问该兴趣小组男生、女生各有多少人?

【答案】该兴趣小组男生有12人, 女生有21人.

【解析】设该兴趣小组男生有 x 人, 女生有 y 人,

$$\text{依题意得: } \begin{cases} y = 2(x - 1) - 1 \\ x = \frac{3}{5}(y - 1) \end{cases},$$

$$\text{解得: } \begin{cases} x = 12 \\ y = 21 \end{cases}.$$

答: 该兴趣小组男生有12人, 女生有21人.

【标注】【知识点】二元一次方程组的和差倍分

39. 某商场投入13800元资金购进甲、乙两种矿泉水共500箱, 矿泉水的成本价和销售价如表所示:

类别/单价	成本价	销售价 (元/箱)
甲	24	36
乙	33	48

- (1) 该商场购进甲、乙两种矿泉水各多少箱？
 (2) 全部售完500箱矿泉水，该商场共获得利润多少元？

【答案】 (1) 商场购进甲种矿泉水300箱，购进乙种矿泉水200箱．

(2) 商场共获得利润6600元．

【解析】 (1) 设商场购进甲种矿泉水 x 箱，购进乙种矿泉水 y 箱，

$$\text{由题意得：} \begin{cases} x + y = 500 \\ 24x + 33y = 13800 \end{cases}, \text{解得：} \begin{cases} x = 300 \\ y = 200 \end{cases}.$$

答：商场购进甲种矿泉水300箱，购进乙种矿泉水200箱．

$$(2) 300 \times (36 - 24) + 200 \times (48 - 33) = 6600 \text{ (元)},$$

答：该商场共获得利润6600元．

【标注】【知识点】二元一次方程组的和差倍分

40. 某超市计划购进一批甲、乙两种玩具，已知5件甲种玩具的进价与3件乙种玩具的进价的和为231元，2件甲种玩具的进价与3件乙种玩具的进价的和为141元．

- (1) 求甲种、乙种玩具的进价分别是多少元？
 (2) 如果购进甲种玩具有优惠，优惠方法是：购进甲种玩具超过20件，超出部分可以享受7折优惠，若购进 x ($x > 0$) 件甲种玩具需花费 y 元，试用含有 x 的代数式表示 y ．
 (3) 在(2)的条件下，超市决定在甲、乙两种玩具中选购其中一种，且数量超过20件，请你帮助超市判断购进哪种玩具省钱．

【答案】 (1) 甲种玩具的进价是30元，乙种玩具的进价是27元．

$$(2) y \text{ 与 } x \text{ 的关系式为 } y = \begin{cases} 30x (0 < x \leq 20) \\ 21x + 180 (x > 20) \end{cases}.$$

- (3) 当购进玩具正好30件，选择购其中一种即可；
 当购进玩具超过30件，选择购甲种玩具省钱；
 当购进玩具少于30件，多于20件，选择购乙种玩具省钱．

【解析】 (1) 设甲种玩具的进价是 x 元，乙种玩具的进价是 y 元，由题意得：

$$\begin{cases} 5x + 3y = 231 \\ 2x + 3y = 141 \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} x = 30 \\ y = 27 \end{cases},$$

答：甲种玩具的进价是30元，乙种玩具的进价是27元．

$$(2) \text{ 当 } 0 < x \leq 20 \text{ 时, } y = 30x;$$

$$\text{当 } x > 20 \text{ 时, } y = 20 \times 30 + (x - 20) \times 30 \times 0.7 = 21x + 180;$$

综上所述, y 与 x 的关系式为 $y = \begin{cases} 30x (0 < x \leq 20) \\ 21x + 180 (x > 20) \end{cases}$.

(3) 设购进玩具 x 件 ($x > 20$), 则乙种玩具消费 $27x$ 元甲种玩具消费 $[20 \times 30 + (x - 20) \times 30 \times 0.7]$ 元,

① 当 $27x = 20 \times 30 + (x - 20) \times 30 \times 0.7$,

则 $x = 30$,

$\therefore$ 当购进玩具正好 30 件, 选择购其中一种即可;

② 当 $27x > 20 \times 30 + (x - 20) \times 30 \times 0.7$,

则 $x > 30$,

$\therefore$ 当购进玩具超过 30 件, 选择购甲种玩具省钱;

③ 当 $27x < 20 \times 30 + (x - 20) \times 30 \times 0.7$,

则 $x < 30$,

$\therefore$ 当购进玩具少于 30 件, 多于 20 件, 选择购乙种玩具省钱.

【标注】【知识点】一元一次方程的方案选择问题

五、不等式与不等式(组)

41. 已知 a, b, c 均为实数, $a < b$, 那么下列不等式一定成立的是 ().

A. $a - b > 0$

B. $-3a < -3b$

C. $a|c| < b|c|$

D. $a(c^2 + 1) < b(c^2 + 1)$

【答案】 D

【解析】 A、 $\because a < b, \therefore a - b < 0$, 故本选项错误;

B、 $\because a < b, \therefore -3a > -3b$, 故本选项错误;

C、当 $c = 0$ 时, $a|c| = b|c|$, 故本选项错误;

D、 $\because a < b, c^2 + 1 > 0, \therefore a(c^2 + 1) < b(c^2 + 1)$, 故本选项正确.

故选 D.

【标注】【知识点】不等式的性质

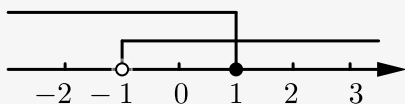
42. 解不等式组: $\begin{cases} \frac{x+1}{3} < x - \frac{x-1}{2} \\ \frac{x-3}{2} + 3 \geq x+1 \end{cases}$, 并在数轴上表示它的解集.

【答案】 $-1 < x \leq 1$ ；画图见解析．

【解析】
$$\begin{cases} \frac{x+1}{3} < x - \frac{x-1}{2} \text{ ①} \\ \frac{x-3}{2} + 3 \geq x+1 \text{ ②} \end{cases}$$
，由①得， $x > -1$ ，由②得， $x \leq 1$ ，

故不等式组的解集为； $-1 < x \leq 1$ ．

在数轴上表示为：



【标注】【知识点】在数轴上表示不等式组的解集

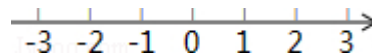
43. 解不等式组
$$\begin{cases} \frac{2x-1}{3} > \frac{1}{2} - \frac{2}{3} \text{ ①} \\ 2x \geq 3x-1 \text{ ②} \end{cases}$$
 请结合填题意空，完成本题的解答．

解：

(1) 解不等式①，得 _____ ．

(2) 解不等式②，得 _____ ．

(3) 把不等式①和②的解集在数轴上表示出来．



(4) 原不等式的解集为 _____ ．

【答案】(1) $x > \frac{1}{4}$

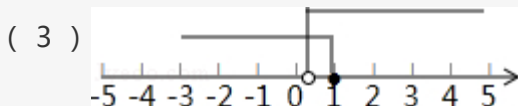
(2) $x \leq 1$

(3) 画图见解析．

(4) $\frac{1}{4} < x \leq 1$

【解析】(1) 解不等式①，得 $x > \frac{1}{4}$ ．

(2) 解不等式②，得 $x \leq 1$ ．



(4) 原不等式组的解集是 $\frac{1}{4} < x \leq 1$ ．

【标注】【知识点】解一元一次不等式组

44. 若不等式组
$$\begin{cases} x+a \geq 0 \\ 1-2x > x-2 \end{cases}$$
 无解，则实数 a 的取值范围是 () ．

A. $a \geq -1$

B. $a < -1$

C. $a \leq 1$

D. $a \leq -1$

【答案】D

【解析】
$$\begin{cases} x + a \geq 0 \text{ ①} \\ 1 - 2x > x - 2 \text{ ②} \end{cases},$$

由①得, $x \geq -a$,

由②得, $x < 1$,

$\therefore$ 不等式组无解,

$\therefore -a \geq 1$,

解得: $a \leq -1$.

故选: D.

【标注】【知识点】含参的一元一次不等式组

45. 若关于 x 的不等式组 $\begin{cases} 9 - 2x > 1 \\ x - m \geq 1 \end{cases}$ 有 6 个整数解, 则 m 的取值范围是 ().

- A. $-4 < m \leq -3$ B. $-3 \leq m < -2$ C. $-4 \leq m < -3$ D. $-3 < m \leq -2$

【答案】A

【解析】
$$\begin{cases} 9 - 2x > 1 \text{ ①} \\ x - m \geq 1 \text{ ②} \end{cases}$$

$\therefore$ 解不等式①得: $x < 4$,

解不等式②得: $x \geq 1 + m$,

又 $\therefore$ 关于 x 的不等式组 $\begin{cases} 9 - 2x > 1 \\ x - m \geq 1 \end{cases}$ 有 6 个整数解,

$\therefore -3 < 1 + m \leq -2$,

解得: $-4 < m \leq -3$,

故选 A.

【标注】【知识点】一元一次不等式组的整数解

46. 不等式 $-3x + 6 > 0$ 的正整数解有 _____.

【答案】1

【解析】移项得: $-3x > -6$,

系数化为 1 得: $x < 2$,

则正整数解为: 1.

故答案为: 1.

【标注】【知识点】一元一次不等式的整数解

47. 对于任意实数 m, n , 定义一种运算: $m \times n = mn - m - n + \frac{7}{2}$, 请根据上述定义解决问题;
若关于 x 的不等式 $a < (\frac{1}{2} \times x) < 7$ 的解集中只有一个整数解, 则实数 a 的取值范围是 _____ .

【答案】 $6 \leq a < \frac{13}{2}$

【解析】根据题意, 得: $\begin{cases} \frac{1}{2}x - \frac{1}{2} - x + \frac{7}{2} > a \textcircled{1} \\ \frac{1}{2}x - \frac{1}{2} - x + \frac{7}{2} < 7 \textcircled{2} \end{cases}$,

解不等式①, 得: $x < -2a + 6$,

解不等式②, 得: $x > -8$,

$\therefore$ 不等式的解集中只有一个整数解,

$\therefore -7 < -2a + 6 \leq -6$,

解得: $6 \leq a < \frac{13}{2}$,

故答案为: $6 \leq a < \frac{13}{2}$.

【标注】【知识点】定义新运算

48. 已知三个非负实数 a, b, c , 满足 $3a + 2b + c = 5$, $2a + b - 3c = 1$, 若 $s = 3a + b - 7c$ 的最大值为 m , 最小值为 n , 则 $mn =$ _____ .

【答案】 $\frac{5}{77}$

【解析】联立 $\begin{cases} 3a + 2b = 5 - c \\ 2a + b = 1 + 3c \end{cases}$

解得: $\begin{cases} a = 7c - 3 \\ b = 7 - 11c \end{cases}$

$\therefore a, b, c$ 都是非负实数,

$\therefore \begin{cases} 7c - 3 \geq 0 \\ 7 - 11c \geq 0 \\ c \geq 0 \end{cases}$

解得: $\frac{3}{7} \leq c \leq \frac{7}{11}$

$\therefore s = 3a + b - 7c$

$= 3(7c - 3) + (7 - 11c) - 7c$

$= 3c - 2$

$\therefore$ 当 $c = \frac{7}{11}$ 时,

s 的最大值为: $m = -\frac{1}{11}$,

$$\begin{aligned} \text{当 } c = \frac{3}{7} \text{ 时,} \\ s \text{ 的最小值为: } n = -\frac{5}{7} \\ \therefore mn = \frac{5}{77} \\ \text{故答案为: } \frac{5}{77}. \end{aligned}$$

【标注】【知识点】方程（组）解的情况确定参数的范围

49. 现有 A , B 两家复印店, A 店的收费方式为: 每页 0.1 元, 且每次复印时须交 1 元的机器磨损费. B 店的复印方式为: 复印页数不超过 100 时, 每页收费 0.12 元, 复印页数超过 100 时, 超过的部分每页收费 0.09 元.

- (1) 某学生需复印 60 页的资料, 那么去 A , B 两家复印店的费用分别是多少?
- (2) 当复印页数为多少时, 去 A , B 两家复印店的费用一样?
- (3) 某学生需要复印不少于 150 页的书籍时, 选择去哪一家店复印最省钱? 请你根据上面的信息为该学生设计合理的复印方案.

【答案】 (1) 去 A 店费用为 7 元, 去 B 店费用 7.2 元.

(2) 印 50 页或 200 页时两店费用一样.

(3) 当复印页数大于等于 150 页小于 200 页时, A 店更便宜.

当复印页数等于 200 页, 两店店费用相同.

当复印页数大于 200 页时, B 店更便宜.

【解析】 (1) $A: 60 \times 0.1 + 1 = 7$ 元,

$B: 60 \times 0.12 = 7.2$ 元,

答: 此时去 A 店费用为 7 元, 去 B 店费用 7.2 元.

(2) 设复印 x 张时费用一样,

① 当 $0 \leq x \leq 100$ 时,

$0.1x + 1 = 0.12x$,

解得 $x = 50$,

② 当 $x > 100$ 时,

$0.1x + 1 = 0.12 \times 100 + 0.09(x - 100)$,

解得 $x = 200$.

答: 当印 50 页或 200 页时两店费用一样.

(3) 令张数为 y ($y \geq 150$),

$A: 0.1y + 1$,

$$B: 100 \times 0.12 + (y - 100) \times 0.09 = 0.09y + 3,$$

$$0.1y + 1 - (0.09y + 3) = 0.09y - 2,$$

当 $150 \leq y < 200$ 时, $0.01y - 2 < 0$, 去 A 店.

当 $y = 200$ 时, $0.01y - 2 = 0$, 都一样.

当 $y > 200$ 时, $0.01y - 2 > 0$, 去 B 店.

答: 当复印页数大于等于 150 页小于 200 页时, A 店更便宜.

当复印页数等于 200 页, 两店店费用相同.

当复印页数大于 200 页时, B 店更便宜.

【标注】【知识点】不等式组的方案选择问题

50. 在一次知识竞赛中, 甲、乙两人进入了“必答题”环节. 规则是: 两人轮流答题, 每人都要回答 20 个题, 每个题回答正确得 m 分, 回答错误或放弃回答扣 n 分. 当甲、乙两人恰好都答完 12 个题时, 甲答对了 9 个题, 得分为 39 分; 乙答对了 10 个题, 得分为 46 分.

(1) 求 m 和 n 的值.

(2) 规定此环节得分不低于 60 分能晋级, 甲在剩下的比赛中至少还要答对多少个题才能顺利晋级?

【答案】 (1) m 的值为 5, n 的值为 2.

(2) 甲在剩下的比赛中至少还要答对 6 个题才能顺利晋级.

【解析】 (1) 根据题意, 得
$$\begin{cases} 9m - (12 - 9)n = 39 \\ 10m - (12 - 10)n = 46 \end{cases}$$

$$\text{解得} \begin{cases} m = 5 \\ n = 2 \end{cases}.$$

答: m 的值为 5, n 的值为 2.

(2) 设甲在剩下的比赛中答对 x 个题. 根据题意, 得 $39 + 5x - 2(20 - 12 - x) \geq 60$

$$\text{解得} x \geq \frac{37}{7}$$

$\because x$ 为整数, $\therefore x$ 最小取 6, 且符合题意.

答: 甲在剩下的比赛中至少还要答对 6 个题才能顺利晋级.

【标注】【知识点】不等式组的方案选择问题

51. 列方程组或不等式解应用题:

在数字化校园建设工程中，某学校计划购进一批电脑和电子白板，经过市场考察得知，购买1台电脑和2台电子白板需要2.8万元，购买2台电脑和3台电子白板需要4.4万元．

(1) 求购买一台电脑和一台电子白板各需要多少万元？

(2) 根据学校实际，需购进电脑和电子白板共30台，总费用不超过24万元，但不低于23万元，请你通过计算求出有几种购买方案，哪种方案费用最低．

【答案】 (1) 购买一台电脑0.4万元，一台电子白板1.2万元．

(2) 购买电脑16台，电子白板14台最省钱，为23.2万元．

【解析】 (1) 设购买一台电脑 x 万元，一台电子白板 y 万元，

$$\text{依题意得} \begin{cases} x + 2y = 2.8 \\ 2x + 3y = 4.4 \end{cases}$$

$$\text{解得} \begin{cases} x = 0.4 \\ y = 1.2 \end{cases}$$

答：购买一台电脑0.4万元，一台电子白板1.2万元．

(2) 设需购进电脑 a 台，则购进电子白板 $(30 - a)$ 台，

$$\text{依据题意可得} \begin{cases} 0.4a + 1.2(30 - a) \leq 24 \\ 0.4a + 1.2(30 - a) \geq 23 \end{cases}$$

$$\text{解得} 15 \leq a \leq 16.25,$$

$\because a$ 为整数，

$$\therefore a = 15 \text{ 或 } 16,$$

$\therefore$ 有两种购买方案．

方案1：需购进电脑15台，则购进电子白板15台．

方案2：需购进电脑16台，则购进电子白板14台．

$$\text{方案1: } 15 \times 0.4 + 15 \times 1.2 = 24 \text{ (万元)}.$$

$$\text{方案2: } 16 \times 0.4 + 14 \times 1.2 = 23.2 \text{ (万元)}.$$

答：购买电脑16台，电子白板14台最省钱，为23.2万元．

【标注】【知识点】不等式组的方案选择问题

52. 为了更好治理流溪河水质，保护环境，市治污公司决定购买10台污水处理设备．现有A、B两种型号的设备，其中每台的价格，月处理污水量如表：

	A型	B型
价格(万元/台)	a	b
处理污水量(吨/月)	240	200

经调查：购买一台A型设备比购买一台B型设备多2万元，购买2台A型设备比购买3台B型设备少6万元．

(1) 求 a 、 b 的值．

(2) 经预算：市治污公司购买污水处理设备的资金不超过105万元，你认为该公司有哪几种购买方案．

(3) 在(2)问的条件下，若每月要求处理流溪河两岸的污水量不低于2040吨，为节约资金，请你为治污公司设计一种最省钱的购买方案．

【答案】 (1) $\begin{cases} a = 12 \\ b = 10 \end{cases}$ ．

(2) 有三种购买方案：

①A型设备0台，B型设备10台；

②A型设备1台，B型设备9台；

③A型设备2台，B型设备8台．

(3) 选购A型设备1台，B型设备9台．

【解析】 (1) 根据题意得： $\begin{cases} a - b = 2 \\ 3b - 2a = 6 \end{cases}$ ，
 $\therefore \begin{cases} a = 12 \\ b = 10 \end{cases}$ ．

(2) 设购买污水处理设备A型设备 x 台，B型设备 $(10 - x)$ 台，

$$\text{则：} 12x + 10(10 - x) \leq 105,$$

$$\therefore x \leq 2.5,$$

$\therefore x$ 取非负整数，

$$\therefore x = 0, 1, 2,$$

$\therefore$ 有三种购买方案：

①A型设备0台，B型设备10台；

②A型设备1台，B型设备9台；

③A型设备2台，B型设备8台．

(3) 由题意： $240x + 200(10 - x) \geq 2040$ ，

$$\therefore x \geq 1,$$

又 $\therefore x \leq 2.5$ ， x 取非负整数，

$$\therefore x \text{为} 1, 2.$$

当 $x = 1$ 时，购买资金为： $12 \times 1 + 10 \times 9 = 102$ （万元），

当 $x = 2$ 时，购买资金为： $12 \times 2 + 10 \times 8 = 104$ （万元），

$\therefore$ 为了节约资金，应选购A型设备1台，B型设备9台．

【标注】【知识点】不等式组的方案选择问题